

Trabajo de grado Para aspirar al título de Médico Veterinario y Zootecnista

**Modelación matemática para el comportamiento de lactancia en vacas F1 Cebú
por Holstein en Zaragoza- Valle del cauca.**

Por:

María Alexandra Barreto Mauledoux

Alejandro Gómez Gómez

Asesor:

Juan Carlos Rincón Flórez

Universidad Tecnológica de Pereira

Facultad de Ciencias de la salud

Medicina Veterinaria y Zootecnia

Pereira– Risaralda, 2018

**Modelación matemática para el comportamiento de lactancia en vacas F1
Cebú-Holstein en Zaragoza- Valle del Cauca.**

**Mathematical modeling for lactation behavior in F1 Cebu-Holstein cows in
Zaragoza- Valle del Cauca**

María. A. Barreto¹, A. Gómez¹.

1. Estudiante de medicina veterinaria y zootecnia, facultad de ciencias de la salud, universidad tecnológica de Pereira.

Resumen

La lactancia en los bovinos tiene un comportamiento en forma de curva que normalmente presenta un ascenso, un pico de producción y un descenso, asociado con el proceso de persistencia. En las diferentes razas de ganado bovino y en los diferentes sistemas de producción en el trópico el comportamiento de la curva de lactancia es diferente y en la mayoría de los casos no se conoce cual es este comportamiento, por este motivo es necesario desarrollar modelos matemáticos que permitan entender la curva de lactancia y que se ajusten adecuadamente a las características específicas de la raza y la región donde se encuentren los animales. Con el objetivo de Determinar el modelo matemático más adecuado y los factores que influyen sobre el comportamiento de la lactancia en vacas F1 cebú-Holstein en el municipio de Zaragoza, Valle del Cauca. Los datos que se utilizaran en el análisis se obtuvieron a partir de la información registrada semanalmente de la producción de leche en la finca Rancho de Lucas. Una vez registrada la información es almacenada en el software el ganadero. Como resultado, con este análisis se confirmó que el mejor modelo matemático para analizar las curvas de productividad en vacas lecheras en Zaragoza, valle del cauca es el propuesto por Wood donde se el mejor SQR, AIC, BIC y R^2 , seguido por el modelo propuesto por Wilmink y el modelo lineal fue el que peor ajusto la curva de lactancia.

Palabras clave: Curvas de lactancia, Ganado lechero, Producción de leche.

Abstract

Breastfeeding in cattle has a curve behavior that normally presents an ascent, a peak of production and a decrease, associated with the process of persistence. In different breeds of cattle and in different production systems in the tropics the behavior of the lactation curve is different and in most cases it is not known what this behavior is, for this reason it is necessary to develop mathematical models that they allow us to understand the lactation curve and that they adjust adequately to the specific characteristics of the breed and the region where the animals are found. In order to determine the most appropriate mathematical model and the factors that influence the behavior of lactation in cows F1 cebu-Holstein in the municipality of Zaragoza, Valle del Cauca. The data that will be used in the analysis were obtained from the weekly registered information of milk production in the Rancho de Lucas farm. Once registered the information is stored in the software the farmer.

Introducción

La lactancia en los bovinos tiene un comportamiento en forma de curva, normalmente caracterizada por un periodo de ascenso, un pico de producción y un descenso, asociado con el proceso de persistencia(3). En las diferentes razas de ganado bovino, además en los diferentes sistemas de producción en el trópico el comportamiento de la curva de lactancia es diferente y en la mayoría de los casos no se conoce cual es este comportamiento, por este motivo es necesario desarrollar modelos matemáticos que permitan entender la curva de lactancia y que se ajusten adecuadamente a las características específicas de la raza y la región donde se encuentren los animales. En animales F1 Cebú-Holstein del Valle de cauca no existen curvas de lactancia adecuadas a las condiciones tropicales, ni se sabe cuáles son los principales factores asociados a la curva de lactancia y el modelo matemático que mejor describe este proceso fisiológico.

La modelación de curvas de lactancia calibradas por raza y condiciones tropicales permiten predecir, incluso tempranamente la producción ajustada de los animales de

una manera más precisa, ya que las ecuaciones tradicionales no se ajustan adecuadamente y generan sobreestimación o subestimación del desempeño productivo de los animales(1). Actualmente, no existen estudios que muestren el comportamiento y definan el mejor modelo matemático para describir la curva de lactancia en animales F1 cebú x Holstein en el Valle del Cauca.

Por otra parte, el desarrollo de modelos adecuados para la curva de lactancia facilitan los procesos de selección basados en diferentes características de la lactancia, incluidas las fisiológicas que se relacionan con el pico y la persistencia de la lactancia, ya que es preferible animales que no tengan un pico muy alto, pero que tengan alta persistencia, porque generan mayor rendimiento productivo y reproductivo. Además, los modelos permiten identificar animales específicos para realizar suplementación estratégica, basados en el comportamiento de la curva de lactancia, evitando el deterioro físico de los animales.

En Colombia, los ganaderos han venido continuamente haciendo cruces de razas, especialmente orientados a la producción de leche en el trópico cálido, buscando un biotipo más productivo y adaptado al trópico hostil. Actualmente más del 50% de la leche en Colombia se produce en tierras calientes con vacadas provenientes de estos cruces. En el país se trabaja en cruzamientos de vacas Brahman, Gyr y Guzerá, especialmente con razas de leche, como Holstein, Pardo Suizo, Jersey y Normando. Aunque para ser económicamente eficiente, el ganado lechero debe sobrevivir, reproducirse, producir leche y crecer en un determinado medio ecológico. Las razas locales en el trópico están adaptadas al estrés medioambiental, pero tienen baja producción de leche, mientras que las razas especializadas en climas templados a pesar de su alto potencial genético en leche, no pueden soportar las adversas condiciones tropicales, hasta el punto de no poder ser capaces de sobrevivir (4). Por lo dicho anteriormente, el cruzamiento de razas más rusticas con razas lecheras europeas ha sido ampliamente utilizado como método para mejorar la producción de leche en el ganado tropical. La primera generación F1 normalmente a partir de hembras nativas con machos de raza especializada, ha sido un éxito en casi todos los casos. Las cruas paren a una edad más joven que las nativas, producen de 1.5 a 3

veces más de leche, largas lactancias y cortos intervalos entre partos (4). Sin embargo, la adaptación tropical de un bovino se define con las siguientes cualidades: baja tasa metabólica, bajo requerimiento de mantenimiento, poco apetito, baja producción láctea, tardía madurez sexual, largos intervalos entre partos, buen mecanismo termorregulador y resistencia a enfermedades y parásitos (5).

La representación gráfica de la producción diaria de leche de una vaca, en función del tiempo, se denomina “curva de lactancia”. Este proceso biológico se puede explicar por medio de una ecuación matemática, que permite prever la producción de leche en cualquier período, a partir de muestras parciales. La forma de la curva se define por parámetros que la caracterizan, como el nivel de producción inicial, el tiempo y volumen alcanzado en la producción máxima o “pico” de lactancia, la persistencia o tiempo en que se mantiene dicha producción y la longitud de la lactancia, por lo que es una herramienta de gran utilidad, tanto para determinar la eficiencia de los sistemas de producción de leche, como para la toma de decisiones, en la selección de reemplazos y en el diseño de los programas de nutrición y alimentación. Pese a su importancia, no se han efectuado estudios relacionados con la modelación de las curvas de lactancia, bajo las condiciones propias del territorio de Zaragoza – valle del Cauca.

Para trazar curvas de lactancia, los modelos matemáticos más utilizados son los polinomiales; que constituyen un modelo analítico que asume polinomios, que van desde relaciones de segundo orden, hasta relaciones de quinto orden entre una variable seleccionada (dependiente) y sus predictores (variables independientes); entre estos modelos están los cuadráticos, polinomiales inversos, cuadráticos logarítmicos y lineal hiperbólica (6). En el caso de los modelos no lineales que son los que más se ajustan al comportamiento de la curva de lactancia, los más comunes son: la función gamma incompleta (Wood) (7), parabólica exponencial, modelo de Wiltmink (8), regresión múltiple y el Modelo de Papajcsik y Bordero, entre otros; siendo la función gamma incompleta la de mayor uso en el ganado lechero (9).

Adicionalmente, cada modelo permite predecir la producción total de leche a partir de producciones parciales, característica de gran importancia para la evaluación genética en bovinos lecheros (10) .

Existen diferentes modelos no lineales que pueden ser usados en para describir el comportamiento de la curva de lactancia (11). Algunos de ellos se presentan en la tabla 1. Estos modelos permiten estimar la producción máxima (pico de lactancia), el tiempo al pico de lactancia y la producción media ajustada.

Tabla 1. Ecuaciones matemáticas para algunos modelos que describen el comportamiento de las curvas de lactancia de bovinos.

Nombre	Expresión	Parámetros
Modelo exponencial Curva de Gaines Modelo de Brody (1945)	$Y(t) = b_0 \exp(-b_2 t)$	Y (t) -producción de leche en el día de control. t - día correspondiente al pesaje. $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ son parámetros a estimar. exp ≈ 2.7183 base de los logaritmos naturales.
Función Gamma incompleta (Wood , 1967)	$Y(t) = b_0 t^{b_1} \exp(-b_2 t)$	
Modelo lineal	$Y = \beta_0 + \beta_1 (t)$	
Modelo del Wilmink (1987)	$Y(t) = b_0 + b_1 t + b_2 \exp(-0.05t)$	

En un estudio reciente se encontró que el modelo de Papajcsik y Bordero fue uno de los mejores modelos para describir la curva de lactancia en bovinos de la raza Guzerá (1), pero no necesariamente es así en el ganado F1 Cebú-Holstein. Por lo anterior, el objetivo de este trabajo fue determinar el modelo matemático más adecuado y los

factores que influyen sobre el comportamiento de la lactancia en vacas F1 cebú-Holstein en el municipio de Zaragoza, Valle del Cauca.

Materiales y métodos

Los datos que se utilizaron en el análisis se obtuvieron a partir de la información que se registró semanalmente entre el ocho de diciembre del 2017 hasta el ocho de febrero del 2018 de la producción de leche en la finca Rancho de Lucas, situada en Zaragoza, Valle del Cauca, que presenta animales puros y cruzados de diferentes razas y donde el manejo alimenticio se basaba en un pastoreo rotacional por franjas con especies como pasto Estrella (*Cynodon plectostachyus*) y *Braquiaria* (*Brachiaria spp*), acompañado de alimento concentrado. Se contó con la información de 322 vacas F1 Cebú-Holstein con 8 controles cada una, lo que permitió tener 2576 registros para el análisis de comportamiento de la curva de lactancia. La información recolectada fue la edad de los animales, su número de partos, el último intervalo entre partos y los días abiertos, además de la producción al control y los días al control lechero.

La producción ganadera el Rancho de Lucas se encuentra ubicada en Zaragoza, corregimiento de Cartago del departamento del Valle del Cauca. Donde las condiciones medioambientales son de 850 msnm, con una temperatura promedio de 28°C y una pluviosidad de 1000 mm al año. La producción cuenta con un sistema de ordeño mecánico tipo tándem paralelo de 16 puestos, en el cual se realizaron dos ordeños al día; se les suministraba 1 kg de concentrado por 3.5 litros de leche en el primer tercio de lactancia, 1 kg de concentrado por 4 litros de leche en el segundo tercio de lactancia y 1 kg de concentrado por 5 litros de leche en el tercer tercio de lactancia.

Dentro del análisis estadístico se utilizó el software R (R core team) (12) para la depuración de los datos, la clasificación y eliminación de información insuficiente o con errores a la hora de ser digitada. Se realizó un análisis descriptivo de la información recolectada. Las ecuaciones matemáticas utilizadas para la estimación de

los parámetros de la curva de lactancia, se citan en la tabla 1. Para determinar cuál modelo consigue describir mejor la producción de leche durante la lactancia, se utilizó los siguientes criterios de comparación (13):

1. Porcentaje de convergencia, el cual se tuvo en cuenta de acuerdo al porcentaje de curvas significativas que presentaron convergencia.
2. Los criterios de información de Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC).
3. Los valores del coeficiente de determinación (R^2).
4. Cuadrado medio del residuo (SQR), obtenido mediante la división de la suma de cuadrados del residuo sobre el número de observaciones.

Para la selección del mejor modelo se tuvo en cuenta el que mejor ajustara desde el punto de vista gráfico y el que presentara los menores valores de AIC, BIC y SQR, que además tuviera un buen coeficiente de determinación (R^2). Una vez establecido el mejor modelo, se procedió a estimar la producción al pico (P_{pico}), el tiempo al pico (T_{pico}) y la producción total de acuerdo con el mejor modelo obtenido.

Resultados

Los datos constan de 322 animales con un promedio de $7,32 \pm 0.03$ años, con una producción máxima de leche por día de 29, litros y un último intervalo entre parto (UIEP) de $405,59 \pm 8,92$ días en promedio, con días abiertos (DAb) de $139,71 \pm 10,94$, con un peso de días en leche (PDEL) de $14,11 \pm 0,54$. Los demás datos descriptivos se presentan en la tabla 2.

Tabla 2. Descripción estadística de los parámetros a evaluar en la modelación de la curva de lactancia en vacas F1 Cebú-Holstein.

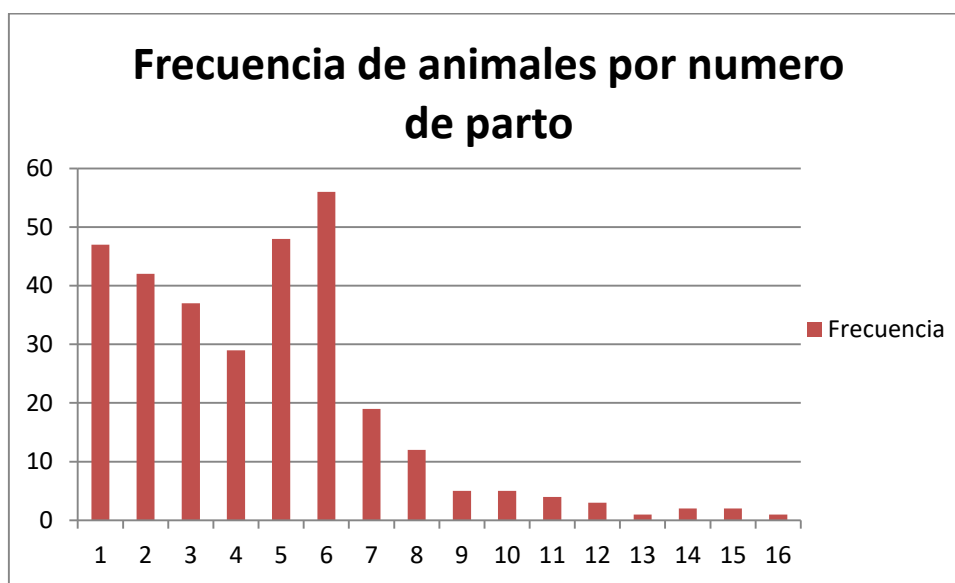
Medición	E. años	N.	UIEP	DAb	PDEL	DEL
Partos						
Media	7,32	4,62	405,59	139,71	14,11	174,15
Min	2,3	0,0	311	30,00	2,0	1,00

Max	16,9	16	737	850	29	498
D. estándar (sd)	3,20	2,99	81,4	99,79	4,99	103,61
Error Estándar	0,35	0,32	8,92	10,94	0,54	11,35

E, años: Edad en años; N. Partos: Número de partos; UIEP: Ultimo intervalo entre partos; DAb: Días abiertos; PDL: Peso de días en leche; DEL: Días en leche.

Dentro del grupo de animales que se estudió, se contó con animales desde el primero, hasta el parto número 16, pero la mayoría están concentrados entre los primeros partos, lo que indica las primeras lactancias, como se observa en la figura 1.

Figura 1.



Posteriormente, con los datos fue posible definir un modelo para la curva de lactancia que mejor definiera la curva de lactancia para estos animales. Los modelos planteados ajustaron adecuadamente para la descripción de la curva de lactancia en ganado F1 Cebú-Holstein; sin embargo, el modelo de Wood (tabla 1), fue el que presentó el mejor ajuste respecto a los criterios de SQR, R^2 , AIC y BIC, el segundo mejor modelo fue el de Wilink. El peor modelo fue el modelo lineal como era de esperarse, porque asume que el animal siempre va disminuir su producción a lo largo de lactancia, por este motivo, no es conveniente asumir linealidad a la hora de hacer factores de corrección para ajustar lactancias para mejoramiento genético en ganado bovino.

Los modelos no lineales son los que mejor evalúan el comportamiento medio de las curvas de lactancia en vacas F1 Cebú-Holstein. De estos modelos el que mejor describe la curva fue el modelo de Wood, porque tiene menor BIC (14481,7), el menor AIC (14458,7), además del menor SQR (64020,7). Por lo anterior, se presenta el modelo de Wood como el mejor modelo para evaluar la curva de lactancia en vacas F1 Cebú- Holstein.

Resulta interesante observar que el modelo de Wood fue el que presentó el menor coeficiente de determinación (Tabla 3), lo que quiere decir, que el modelo no explica la mayor parte de la variación que ocurre para la producción de leche durante la lactancia en bovinos F1 Cebú-Holstein en Zaragoza Valle del Cauca, aunque la diferencia no es muy marcada con los otros modelos.

Tabla 3. Criterios de comparación de ajuste para diferentes modelos utilizados en la descripción de la curva de lactancia en bovinos F1 Cebú-Holstein en Zaragoza Valle del Cauca.

	Wilmink	Wood	Brody	Lineal
Convergencia	100%	100%	100%	100%
SQR	64168,1	64020,7	66089	65507,8
R²	0.216	0,196	0,201	0,2089
AIC	14464,1	14458,7	14531,5	14510,73
BIC	14487,1	14481,7	14548,83	14528,02

SQR: Suma de cuadrados del residuo; R²: Coeficiente de determinación; AIC y BIC: Criterios de comparación de Akaike y Bayesiano, respectivamente.

Teniendo en cuenta el ajuste del modelo, fue posible estimar cada uno de los parámetros de las curvas de acuerdo a los diferentes modelos y relacionarlos con la fase de la curva de lactancia. La tabla 4 presenta los valores estimados para los diferentes parámetros del modelo. Es importante mencionar, que la mayoría de los modelos presentan 3 parámetros, que corresponden con el ascenso productivo, el

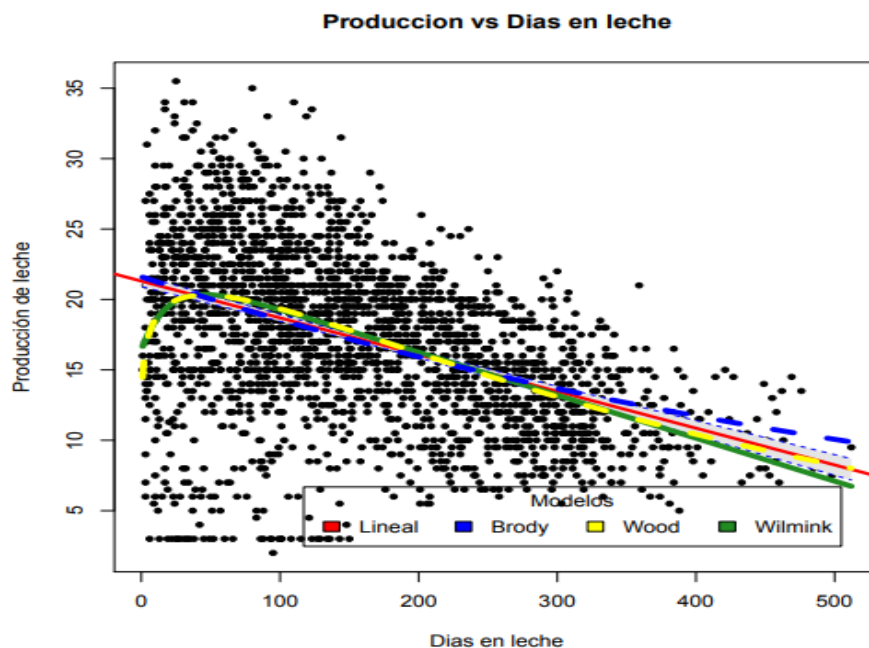
pico de producción y la persistencia de la lactancia. De la misma manera, el modelo de Wood cuenta con 3 parámetros, donde β_0 se encuentra relacionado con el pico de la lactancia, β_1 corresponden a la persistencia; β_2 al ascenso. Teniendo en cuenta lo anterior, vale la pena resaltar que en la curva bajo el modelo de Wood el parámetro β_0 presentó un valor promedio positivo (14,50), lo que sugiere que puede haber una presencia de pico de lactancia en la raza bovinos F1 Cebú-Holstein. Los demás parámetros del modelo se presentan en la tabla 4, donde es posible observar valores positivos y negativos tanto para los parámetros asociados al ascenso como para la persistencia. Es importante resaltar que para el modelo de Wilmink y Brody la producción al pico de lactancia no depende de un solo parámetro.

Tabla 4. Parámetros para los modelos ajustados a las lactancias de vacas F1 Cebú-Holstein

Parámetros	Wilmink	Wood	Brody	Modelo lineal
β_0	22,34	14,50	21,61	21,3
β_1	-0.030	0,119		-0,026
β_2	-5.94	0,002	0.001	

También fue posible fijar las curvas de lactancia gráficamente, y se evidenció que los mejores descriptores son los modelos no lineales, como se observa en el gráfico 2. El modelo lineal es el que peor describe la curva de lactancia y es el que comúnmente se usa para realizar ajustes de lactancia a 305 días, por lo que debe ser replanteado en la práctica sobre todo como factor de corrección en evaluaciones genéticas.

Figura 2. Comportamiento de la curva de lactancia según los distintos modelos matemáticos usados en la investigación para vacas F1 Cebú-Holstein en Zaragoza Valle del Cauca.



A partir del modelo de Wood se puede establecer que el tiempo al pico, la producción al pico y la producción total se pueden expresar con las siguientes ecuaciones que al ser reemplazadas permitieron estimar el tiempo al pico de lactancia, que obtuvo un valor de 59,5 días (2 meses aproximadamente), la producción al pico con un valor de 20,93 litros de leche y la producción total ajustada a 305 días con un valor de 4745 litros de leche:

$$T_{pico} = \beta_1 / \beta_2$$

$$P_{pico} = \beta_0 \left(\frac{\beta_1}{\beta_2} \right)^{\beta_1} e^{-\beta_1}$$

Discusión

La modelación de las curvas de lactancia es variable, lo que justifica un modelo matemático determinado para cada ganado lechero. Las curvas de lactancia permiten realizar un pronóstico de la producción a futuro de los animales a partir de muestras parciales (incompletas o con registros escalonados), lo que permite una planificación confiable en los hatos y posibilita la selección temprana, de acuerdo a las correlaciones que existen entre la producción a diferentes tiempos de lactancia, como la encontrada en este trabajo entre la producción ajustada a 305 días. Además de la

selección de animales de acuerdo a los parámetros de la curva, constituyen la principal ventaja de modelar la curva productiva en ganado lechero, ya que resulta deseable económicamente contar con vacas que sean más persistentes. Adicionalmente desde el punto de vista práctico se podría hacer un mejor manejo reproductivo y alimenticio en la producción para elevar y optimizar la productividad.

Según lo reportado en la tabla 3, el modelo no lineal propuesto por Wood (1) es el indicado para ajustar y modelar las curvas de lactancia en producciones con vacas Cebú-Holstein en Zaragoza, Valle del Cauca, donde se mostró que el modelo matemático propuesto por Wood presento los criterios de información de Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC) más bajo de (14458,7), y de (14481,7) respectivamente, entre todos los modelos estudiados en este análisis. Estos resultados son similares a los mencionados por Jhon Cañas et al (2012) (2) donde tuvieron un valor de (AIC) de 36,93 y un (BIC) de 33,9, en un estudio anterior con vacas Holstein en el valle del cauca.

En la finca Rancho de Lucas ubicada en Zaragoza, Valle del Cauca las vacas Cebú-Holstein, tienen una producción al pico con un valor de 20,93 litros de leche, lo que demuestra que se encuentra entre el rango, a lo que reportan en trabajos anteriores con animales Holstein puros (14) con valores de $27,39 \pm 6,85$ litros de leche en promedio, con condiciones medio ambientales más optimas de acuerdo con esta raza. En vacas Gyr se han reportado picos de producción de leche de 27,9 litros en promedio, según Ariza et al (2011) (15), un valor significativamente alto que fue reportado por este estudio.

En este análisis el tiempo al pico de los animales que pertenecieron al estudio ajustados con el modelo de Wood obtuvieron un valor de 59,5 días (2 meses aproximadamente), indicando que esta entre el rango que reporto Ossa et al (1997) (16) en su estudio con animales mestizos en el caribe colombiano con un tiempo al pico de $64 \text{ días} \pm 38 \text{ días}$.

Según lo reportado en la tabla 2 el último intervalo entre partos (UIEP) de los animales pertenecientes a este estudio fue de 405,59 días en promedio, un valor un poco mayor a lo que fue reportado en un estudio anterior por Guerrero et al (2004) (17) en animales genéticamente similares con un valor de 390 días en la ciudad de México.

El tiempo al pico puede variar entre las diferentes razas o cruces F1 de *Bos Indicus* y *Bos Taurus*, también se conoce que estos cruces no alcanzan a tener un tiempo al pico de producción de leche, reportando unas altas producciones y un descenso en poco tiempo en la curva, haciendo que los modelos de las curvas de lactancia sean diferentes en estos cruces. Lo que es muy común, como lo reporta Boteo et al (2006) (3) donde el 24,7% del total de la lactancia resultaron ser atípicas, contrariamente a lo que se evidencio en este estudio.

Según la tabla 4 los parámetros para el modelo propuesto por Wood tuvieron valores de β_0 son de 14,50, β_1 de 0,119 y por ultimo β_2 de 0,002 en este estudio, en comparación a lo que reportó Álvarez et al (2009) (18) donde estos mismos parámetros para este modelo tuvieron un valor de β_0 de $15,889 \pm 0,038$, β_1 de $0,209 \pm 0,038$ y por ultimo β_2 de $0,037 \pm 0,004$ en animales Bon-Holstein en el trópico alto de Colombia.

La cantidad de leche producida por una vaca depende del número de partos, la producción total ajustada a 305 días con un valor de 4745 litros de leche, que es un valor similar al que fue reportado por Cortes et al (2012) (6) con un valor de 4764 litros de leche en la quita lactancia con una producción ajustada a 280 días, aunque en este caso es un promedio de todas las lactancias.

Para concluir, con este análisis se confirmó que el mejor modelo matemático para analizar las curvas de productividad en vacas lecheras en Zaragoza, valle del cauca es el propuesto por Wood donde se el mejor SQR, AIC, BIC y R^2 , seguido por el modelo propuesto por Wilmink y el modelo lineal fue el que peor ajusto la curva de lactancia.

Agradecimientos

A nuestro asesor por la paciencia, dedicación y ánimo que nos brindó para la culminación de este trabajo, a nuestros padres por el apoyo incondicional para poder cumplir nuestros sueño de ser médicos veterinarios zootecnistas.

Referencia bibliográfica

1. Quintero JC, Serna JI, Hurtado Lugo N a., Rosero Noguera R, Cerón Muñoz MF. Modelos matemáticos para curvas de lactancia en ganado lechero. Rev Colomb Ciencias Pecu (Colombian J Anim Sci Vet Med [Internet]. 2009;20(2):149–56. Available from: <http://rccp.udea.edu.co/index.php/ojs/article/view/271>
2. Cañas JA, Cerón-Muñoz M, Corrales JA. Modelación y parámetros genéticos de curvas de lactancia en bovinos Holstein en Colombia Modeling and genetic parameters of lactation curves in Holstein bovine breed in Colombia. Rev MVZ Córdoba [Internet]. 2012;17(2):2998–3003. Available from: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=69323751007>
3. Botero L, Vertel M. Lactancia en ganado vacuno doble propósito. mathematical model applied to lactation curve in livestock bovine double purpose. 2006;11(1):759–65.
4. Acosta Rodrigues R, Marin Mejia B, Basurto Camberos H, Ochoa R, Ruvana F ASA. Produccion de leche de los diferentes cruzamientos con Holstein en el CEIEGT FMVZ UNAM de Martinez de la Torre, Veracruz. :1–6.
5. William Isea Villasmil. Producción de leche y raza paterna sobre el crecimiento predestete de berceiros cruzados. Maracaibo, Estado de Zulia, Venezuela; 1994;85–98.
6. Cortes-jojoa KS, Quiroz-villota M V, Solarte-portilla CE, Osejo-rosero E. Modelación de curvas de producción láctea en bovinos Holstein del trópico alto de Nariño. Rev Investig Pecu. 2012;1(2):24–31.
7. Wood PDP. Algebraic model of the lactation curve in cattle. Vol. 216, Nature.

1967. p. 164–5.
8. Dematawewa CMB, Pearson RE, VanRaden PM. Modeling extended lactations of Holsteins. *J Dairy Sci* [Internet]. 2007;90(8):3924–36. Available from: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022030207718490>
 9. William Isea Villasmil. Produccion de leche y raza paterna sobre el crecimiento predestete de becerros cruzados. *Revista cientifica, fcv-luz/ vol IV, N 2.* 1994;85–98.
 10. Fernández L, Tonhati H, Albuquerque LG, Aspilcueta-Borquis RR, Menendez Buxadera A. Modelos de regresiones aleatorias para la estimación de parámetros genéticos y estudios de curvas de lactancia del Holstein en Cuba. *Rev Cuba Cienc Agric.* 2011;45(1):1–6.
 11. Val JE, Freitas MAR, Oliveira HN, Cardoso VL, Machado PF, Paneto JCC. Indicadores de desempenho em rebanho da raça Holandesa: Curvas de crescimento e altura, características reprodutivas, produtivas e parâmetros genéticos. *Arq Bras Med Vet e Zootec.* 2004;56(1):86–93.
 12. R Core team. R Core Team [Internet]. Vol. 55, R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing , Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>. 2015. p. 275–86. Available from: <http://www.mendeley.com/research/r-language-environment-statistical-computing-96/\npapers2://publication/uuid/A1207DAB-22D3-4A04-82FB-D4DD5AD57C28>
 13. Nathalia, Giraldo Amador; Ana V toro. Estimación de parametros de la curva de lactancia en ganado con diferente proporción de lucerna y su relación con algunos factores de relevancia económica. 2015;1–30.
 14. Jhon Cañas A, Cerón-Muñoz M, Juan Corrales A. Modelación y parámetros genéticos de curvas de lactancia en bovinos Holstein en Colombia. *Rev MVZ Cordoba.* 2012;17(2):2998–3003.
 15. Ariza CC. Análisis Productivo y Reproductivo de un Hato Lechero. Corporación Univ Lasallista [Internet]. 2011;66. Available from: <http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:No+Title#0>
 16. Ossa G, Torregroza L, Alvarado L. Determinación de la curva de lactancia en vacas mestizas de un hato de doble propósito en la Región Caribe de Colombia.

Rev CORPOICA (Colombia)v 2(1) p 54-570122-8706 [Internet]. 1997;2(1):54–7.
Available from: <http://www.sidalc.net/cgi-bin/wxis.exe/?IsisScript=BAC.xis&method=post&formato=2&cantidad=1&expresion=mfn=025646>

17. Guerrero jose de jesus bustamante. Razas y mejoramiento genetico de bovinos de doble propósito. Vol. 1. 2004. p. 1–36.
18. Cañas-Álvarez JJ, Restrepo LF, Ochoa J, Echeverri A, Cerón-Muñoz M. Estimación de las curvas de lactancia en ganado Holstein y Bon x Holstein en trópico alto colombiano. Rev Lasallista Investig [Internet]. 2009;6(1):35–42. Available from: <http://www.redalyc.org/resumen.oa?id=69514350006>